

Câu I: (4,5 điểm)

1. Trong World Cup 2026 có 48 đội bóng được chia vào 12 bảng, mỗi bảng có 4 đội. Giả sử có 6 đội mạnh là Brazil, Pháp, Argentina, Đức, Tây Ban Nha, và Anh. Các đội được bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để không có bảng nào chứa quá 1 đội mạnh.
2. Tại một trường đại học, 50% sinh viên học ngoại ngữ trên ứng dụng Duolingo, 30% trên ứng dụng Elsa, 20% trên ứng dụng Memrise và mỗi sinh viên chỉ sử dụng 1 trong 3 ứng dụng trên. Tỷ lệ sinh viên luyện kỹ năng nghe với Duolingo, Elsa và Memrise tương ứng là 75% , 60% và 50%. Biết rằng một sinh viên đang luyện kỹ năng nghe, hãy tính xác suất sinh viên đó sử dụng ứng dụng Duolingo.
3. Trong một nhà máy sản xuất chip điện tử, giả sử X (volt) là điện áp hoạt động của các chip được biến đổi theo phân phối chuẩn với điện áp trung bình $\mu = 4$ volt và độ lệch chuẩn $\sigma = 0.2$ volt. Một chip được coi là hoạt động tốt nếu điện áp nằm trong khoảng 3.6 V đến 4.4 V.
a/ Tính xác suất một chip hoạt động tốt.
b/ Nếu chọn ngẫu nhiên 36 chip thì trung bình có bao nhiêu chip hoạt động tốt trong đó?
4. Do biến đổi khí hậu, các nhà khoa học nghiên cứu mức tăng mực nước biển hàng năm tại vùng Đồng bằng sông Cửu Long. Gọi X (cm) là mức tăng mực nước biển trong một năm. Cho biến biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(6 - x) & ; 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & ; x < 0 \text{ hoặc } x > 6 \end{cases}$$

a/ Tìm hằng số k .

b/ Giả sử một năm được xem là “năm nguy hiểm” nếu mực nước biển tăng ít nhất 5 cm. Các nhà nghiên cứu theo dõi từng năm độc lập cho đến khi ghi nhận 3 năm nguy hiểm. Tính xác suất để cần ít nhất 8 năm mới ghi nhận đủ 3 năm nguy hiểm.

Câu II: (5,5 điểm)

1. Trong năm 2026, một nhóm kỹ sư khảo sát sản lượng điện trung bình mỗi ngày của các hệ thống điện mặt trời tại một tỉnh miền Trung Việt Nam. Kết quả khảo sát một số hệ thống thu được dữ liệu sau:

Sản lượng điện (kWh/ngày)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
Số hệ thống	20	30	25	15	30

Giả sử sản lượng điện tuân theo phân phối chuẩn.

a/ Tìm ước lượng đối xứng cho sản lượng điện trung bình mỗi ngày của các hệ thống điện mặt trời này với độ tin cậy 95%?

b/ Theo báo cáo trước đây, sản lượng điện trung bình của các hệ thống điện mặt trời là 55 kWh/ngày. Với mức ý nghĩa 1%, hãy kiểm định xem sản lượng điện trung bình hiện nay có khác với báo cáo trước đây hay không?

2. Theo một báo cáo của năm 2025, tỷ lệ công ty phần mềm sử dụng trí tuệ nhân tạo (AI) trong các hoạt động như phân tích dữ liệu, tự động hóa quy trình và phát triển sản phẩm là 50%. Sang năm 2026, công nghệ AI ngày càng có nhiều ứng dụng thông minh và hiệu quả cao, thu hút nhiều công ty sử dụng hơn. Một viện nghiên cứu công nghệ tiến hành khảo sát mức độ ứng dụng AI trong các công ty phần mềm tại Việt Nam trong những tháng đầu năm 2026 thì ghi nhận trong 250 công ty được chọn ngẫu nhiên có 160 công ty đang sử dụng AI.

a/ Với mức ý nghĩa 2%, hãy kiểm định xem tỷ lệ công ty sử dụng AI năm 2026 có lớn hơn năm 2025 hay không.

b/ Tìm ước lượng tối đa cho tỉ lệ các công ty phần mềm tại Việt Nam đang dùng ứng dụng AI với độ tin cậy 99%.

3. Một công ty công nghệ nghiên cứu mối quan hệ giữa số lượng thiết bị thông minh (IoT) X (thiết bị) trong một căn hộ và mức tiêu thụ điện trung bình mỗi ngày Y (kWh). Sau khi khảo sát một số căn hộ ở vùng A được số liệu sau:

X (thiết bị)	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Y (kWh)	6.5	7.3	8.0	9.1	10.2	11.4	11.8	12.3	13

Dựa vào số liệu này hãy tính hệ số tương quan giữa số thiết bị thông minh và lượng điện tiêu thụ. Hãy dự đoán lượng điện tiêu thụ trung bình mỗi ngày của một căn hộ có 14 thiết bị thông minh.

Chú ý: Một vài giá trị của z_α được cho trong bảng sau:

α	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
z_α	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695	1.645

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO1: Tính được xác suất và các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên.	Câu I
CLO2: Vẽ được biểu đồ và tính được các đặc trưng mẫu.	Câu II
CLO3: Áp dụng được ước lượng điểm, ước lượng khoảng, các tiêu chuẩn kiểm định giả thuyết, và mô hình hồi qui tuyến tính.	Câu II
CLO4: Xử lý được các bài toán xác suất trong thực tế.	Câu I
CLO5: Xây dựng được mô hình toán học sử dụng hàm xác suất, hàm phân phối xác suất, hàm mật độ xác suất, phân phối siêu bội, nhị thức, Poisson, chuẩn.	Câu I
CLO6: Xử lý được các bài toán ước lượng, kiểm định giả thuyết, và hồi qui tuyến tính trong thực tế.	Câu II

Ngày 7 tháng 4 năm 2026
Trưởng bộ môn

Phạm Văn Hiến